

Полное пространство белой и чёрной дыры Пэнлеве

Губанов Сергей Юрьевич

6 февраля 2014 г.

По мотивам работ Крускала-Шекереса [1] выполнена программа по нахождению полного пространства белой и чёрной дыры Пэнлеве.

1 Чёрная дыра Пэнлеве

Исходная метрика:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - \left(dr + \sqrt{\frac{r_g}{r}} c dt \right)^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin(\theta)^2 d\varphi^2. \quad (1)$$

В изотропных координатах:

$$\chi = \exp\left(\frac{+ct + r - 2\sqrt{r_g r}}{2r_g}\right) \left(1 + \sqrt{\frac{r}{r_g}}\right), \quad (2)$$

$$\xi = \exp\left(\frac{-ct + r + 2\sqrt{r_g r}}{2r_g}\right) \left(1 - \sqrt{\frac{r}{r_g}}\right), \quad (3)$$

$$ds^2 = \frac{4r_g^3}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_g}\right) d\xi d\chi - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin(\theta)^2 d\varphi^2. \quad (4)$$

В координатах традиционной ориентации:

$$\tau = \frac{1}{2}(\chi + \xi), \quad \sigma = \frac{1}{2}(\chi - \xi), \quad (5)$$

$$ds^2 = \frac{4r_g^3}{r} \exp\left(-\frac{r}{r_g}\right) (d\tau^2 - d\sigma^2) - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin(\theta)^2 d\varphi^2. \quad (6)$$

Прилагается рисунок (1).

2 Белая дыра Пэнлеве

Исходная метрика:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - \left(dr - \sqrt{\frac{r_g}{r}} c dt \right)^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin(\theta)^2 d\varphi^2. \quad (7)$$

В изотропных координатах:

$$\chi = - \exp \left(\frac{-ct + r - 2\sqrt{r_g r}}{2r_g} \right) \left(1 + \sqrt{\frac{r}{r_g}} \right), \quad (8)$$

$$\xi = - \exp \left(\frac{+ct + r + 2\sqrt{r_g r}}{2r_g} \right) \left(1 - \sqrt{\frac{r}{r_g}} \right), \quad (9)$$

$$ds^2 = \frac{4r_g^3}{r} \exp \left(-\frac{r}{r_g} \right) d\xi d\chi - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin(\theta)^2 d\varphi^2. \quad (10)$$

В координатах традиционной ориентации:

$$\tau = \frac{1}{2} (\chi + \xi) \quad \sigma = \frac{1}{2} (\chi - \xi), \quad (11)$$

$$ds^2 = \frac{4r_g^3}{r} \exp \left(-\frac{r}{r_g} \right) (d\tau^2 - d\sigma^2) - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin(\theta)^2 d\varphi^2 \quad (12)$$

Прилагается рисунок (2).

3 Белая и чёрная дыра Пэнлеве вместе

Белая дыра Пэнлеве и чёрная дыра Пэнлеве отделены друг от друга бесконечностью по времени Пэнлеве. Прилагается рисунок (3).

Список литературы

- [1] Мизнер, Торн, Уиллер **Гравитация. Том 3**, Издательство "Мир", 1977.

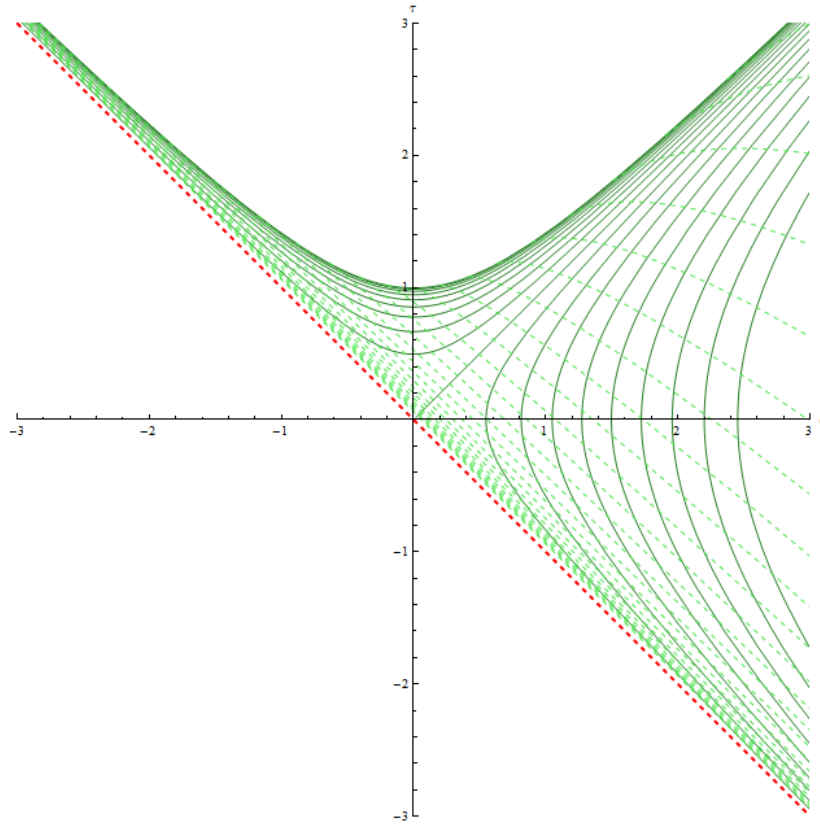


Рис. 1: Чёрная дыра Пэнлеве в координатах (τ, σ) . Сплошные линии: поверхности $r = const$. Пунктирные линии: поверхности $t = const$. Красная пунктирная левая диагональ: бесконечно далёкое прошлое $t = -\infty$. Сплошная правая диагональ: $r = r_g$.

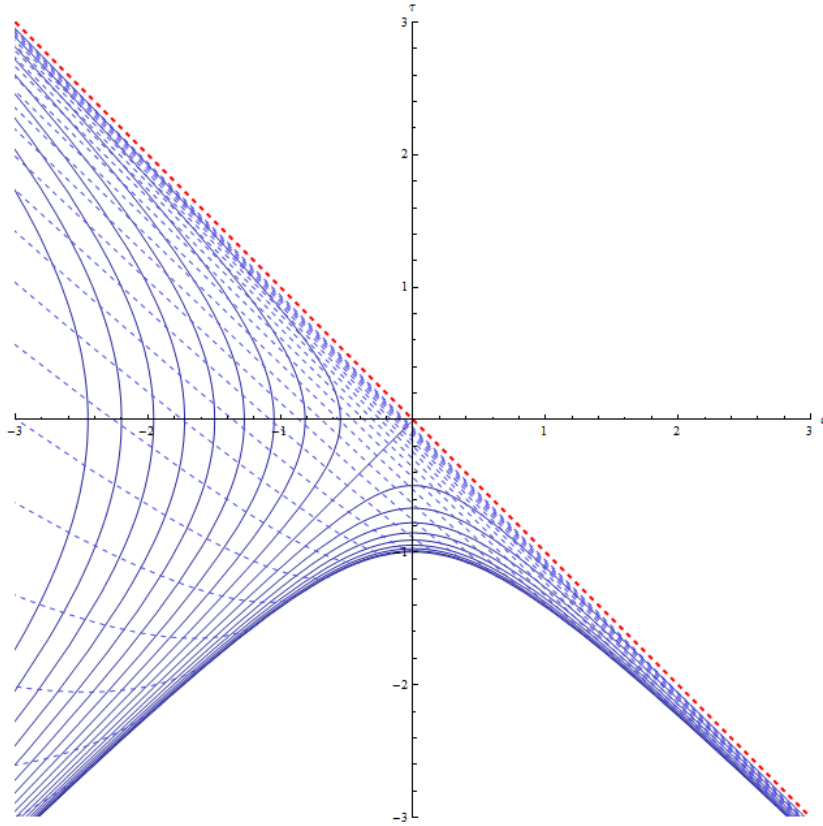


Рис. 2: Белая дыра Пэнлеве в координатах (τ, σ) . Сплошные линии: поверхности $r = const$. Пунктирные линии: поверхности $t = const$. Красная пунктирная левая диагональ: бесконечно далёкое будущее $t = +\infty$. Сплошная правая диагональ: $r = r_g$.

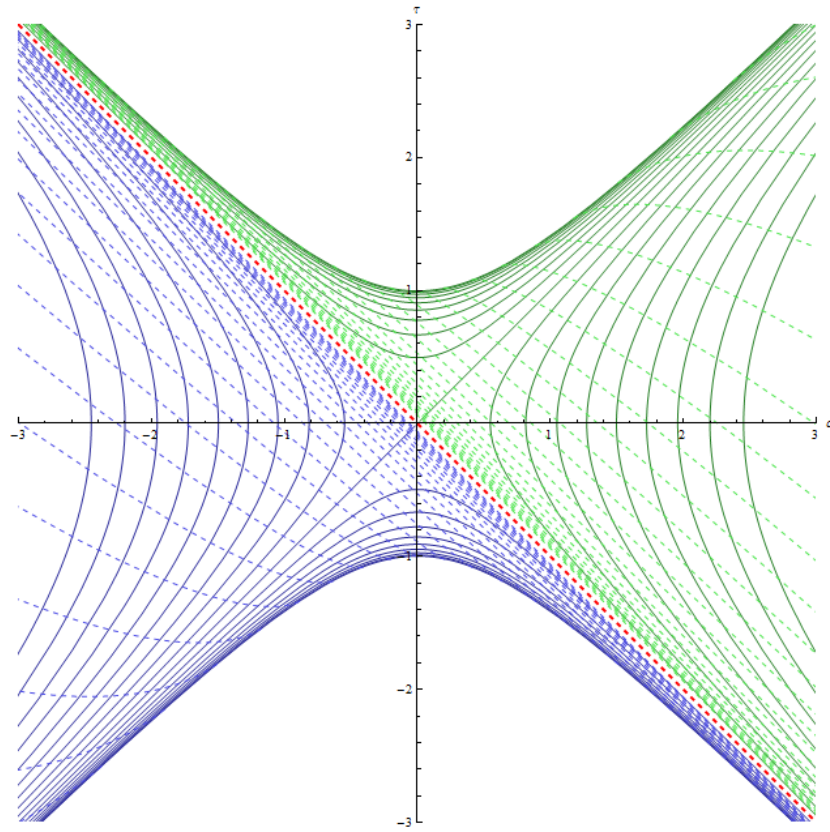


Рис. 3: Белая и чёрная дыра Пэнлеве в координатах (τ, σ) . Сплошные линии: поверхности $r = const$. Пунктирные линии: поверхности $t = const$. Красная пунктирная левая диагональ: бесконечно далёкое будущее $t = +\infty$ для вселенной белой дыры Пэнлеве и, одновременно, бесконечно далёкое прошлое $t = -\infty$ для вселенной чёрной дыры Пэнлеве. Сплошная правая диагональ: $r = r_g$.