Способ создания новых теорий гравитации

Губанов Сергей Юрьевич*

28 февраля 2014 г.

1 ОТО

Если считать все десять компонент метрического тензора $g_{\mu\nu}$ независимыми, то из действия Гильберта [1] выводятся десять уравнений ОТО:

$$\delta S = \frac{1}{2c} \int \left(T_{\mu\nu} - \frac{c^4}{8\pi k} G_{\mu\nu} \right) \delta g^{\mu\nu} \sqrt{-g}\, d_4 x, \tag{1}$$

$$T_{\mu\nu} - \frac{c^4}{8\pi k} G_{\mu\nu} = 0. \tag{2}$$

2 Как создать новую теорию гравитации

ОТО описывает произвольные псевдоримановы пространства событий, в том числе содержащие хронопетли нарушающие принцип причинности. Как быть если мы хотим создать теорию гравитации в которой, например, априорно запрещены пространства событий с хронопетлями? Этого можно добиться если до варьирования действия Гильберта наложить (априорные) ограничения на компоненты метрического тензора. Для этого положим, что метрический тензор $g_{\mu\nu}$ зависит от набора каких-то полей φ_n и, возможно, их производных $\partial_\mu \varphi_n$. Тогда количество независимых компонент метрического тензора может быть ограничено количеством полей φ_n. Вариация метрического тензора:

$$\delta g_{\mu\nu} = \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial \varphi_n} \delta \varphi_n + \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial \left(\partial_\lambda \varphi_n \right)} \delta \left(\partial_\lambda \varphi_n \right), \tag{3}$$

*s.yu.gubanov@inbox.ru

система уравнений новой теории гравитации:

$$\left(T^{\mu\nu}-\frac{c^4}{8\pi k}G^{\mu\nu}\right)\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial\varphi_n}=\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_\lambda\left(\sqrt{-g}\left(T^{\mu\nu}-\frac{c^4}{8\pi k}G^{\mu\nu}\right)\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial\left(\partial_\lambda\varphi_n\right)}\right) \quad (4)$$

3 Пример 1. Тетрадная теория гравитации

Метрический тензор зависит от тетрады:

$$g_{\mu\nu}=\eta_{ab}\,e_\mu^{(a)}e_\nu^{(b)}. \quad (5)$$

Система из шестнадцати уравнений:

$$\left(T^{\mu\nu}-\frac{c^4}{8\pi k}G^{\mu\nu}\right)\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial e_\lambda^{(a)}}=0. \quad (6)$$

В силу произвольности выбора системы отсчёта

$$e_\mu^{\prime(a)}=\Lambda_b^a e_\mu^{(b)},\quad \eta_{ab}\Lambda_c^a\Lambda_d^b=\eta_{cd}, \quad (7)$$

из шестнадцати полей $e_\mu^{(a)}$ независимы только десять. Тетрадная теория гравитации эквивалентна ОТО.

4 Пример 2. Теория глобального времени

В теории глобального времени Бурланкова [2] метрический тензор зависит от девяти полей: трёх полей V^i и шести полей γ_{ij} так что

$$ds^2=g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu=c^2dt^2-\gamma_{ij}\left(dx^i-V^idt\right)\left(dx^j-V^jdt\right) \quad (8)$$

Система из девяти уравнений гравитационного поля:

$$\left(T^{\mu\nu}-\frac{c^4}{8\pi k}G^{\mu\nu}\right)\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial V^i}=0, \quad (9)$$

$$\left(T^{\mu\nu}-\frac{c^4}{8\pi k}G^{\mu\nu}\right)\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial \gamma_{ij}}=0. \quad (10)$$

Теория не является общековариантной поскольку используется выделенная координата t. В следующем примере даётся общековариантное обобщение этой теории.

5 Пример 3. Теория голономного времени

Отталкиваемся от тетрадной теории гравитации:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{ab}\, e_\mu^{(a)} e_\nu^{(b)} = e_\mu^{(0)} e_\nu^{(0)} - e_\mu^{(1)} e_\nu^{(1)} - e_\mu^{(2)} e_\nu^{(2)} - e_\mu^{(3)} e_\nu^{(3)}. \tag{11}$$

В теории голономного времени априорно существует система отсчёта с голономной дифференциальной формой $e^{(0)} = e_\mu^{(0)} dx^\mu$, такой что

$$e_\mu^{(0)} = \frac{\partial \tau}{\partial x^\mu}. \tag{12}$$

Метрический тензор $g_{\mu\nu}$ зависит от тринадцати полей: одного поля τ и двенадцати полей $e_\mu^{(i)}$:

$$g_{\mu\nu} = \partial_\mu \tau \partial_\nu \tau - e_\mu^{(1)} e_\nu^{(1)} - e_\mu^{(2)} e_\nu^{(2)} - e_\mu^{(3)} e_\nu^{(3)} = \partial_\mu \tau \partial_\nu \tau - \delta_{ij} e_\mu^{(i)} e_\nu^{(j)}. \tag{13}$$

Такое представление метрического тензора не зависит от системы координат, то есть теория голономного времени общековариантна. Тринадцать уравнений теории голономного времени получаются варьированием действия Гильберта по полям $e_\mu^{(i)}$ и по полю τ:

$$\left(T^{\mu\nu} - \frac{c^4}{8\pi k} G^{\mu\nu} \right) e_\nu^{(i)} = 0, \tag{14}$$

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu \left(\sqrt{-g} \left(T^{\mu\nu} - \frac{c^4}{8\pi k} G^{\mu\nu} \right) \partial_\nu \tau \right) = 0. \tag{15}$$

Двенадцать полей $e_\mu^{(i)}$ определены с точностью до произвольного трёхмерного поворота

$$e_\mu^{\prime(i)} = L_j^i e_\mu^{\prime(j)}, \quad \delta_{ij} L_k^i L_l^j = \delta_{kl}, \tag{16}$$

поэтому независимых из них только девять. Тринадцатое (а если считать по независимым, то десятое) уравнение есть сохранение плотности энергии-импульса:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu \left(\sqrt{-g} P^\mu \right) = 0, \quad P^\mu = \left(T^{\mu\nu} - \frac{c^4}{8\pi k} G^{\mu\nu} \right) \partial_\nu \tau. \tag{17}$$

Список литературы

[1] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. **Теоретическая физика: Учеб. пособие. В 10 т. Т. II. Теория поля.** – 7-е изд., испр.–М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. 512 с. – ISBN 5-02-014420-7 (Т/ II).

[2] Бурланков Д. Е., **Время, пространство, тяготение**, РХД 2006 г. 420 стр. ISBN 5-93972-465-5